

文章编号:1000-8055(2019)03-0616-11

doi:10.13224/j.cnki.jasp.2019.03.013

基于蒙特卡罗发动机竞争失效的 下发仿真模型

郭 庆, 徐甘生, 赵洪利
(中国民航大学 航空工程学院, 天津 300300)

摘 要: 针对常规的解析法预测发动机下发时间建模过程复杂且不易求解的问题,提出了一种基于蒙特卡罗仿真预测发动机首次下发时间的方法。通过分析发动机机队的历史数据,研究排气温度裕度(EGTM)的衰退规律以及性能衰退超标的寿命分布,统计各主要部件发生首次部件损伤的时间分布,并计算偶然性损伤的发生概率,确定偶然性损伤的时间分布,对性能衰退、部件损伤、偶然性损伤三种失效模式进行竞争分析,建立蒙特卡罗仿真模型,预测发动机的首次下发时间规律。结合该机队提供的实际下发数据,利用 Kolmogorov-Smirnov 检验确定首次下发时间的分布类型,经分析,仿真结果的可靠度误差甚小,在 $-1\% \sim 2\%$ 之间,从而验证了该方法的合理性和可行性。

关 键 词: 发动机机队管理; 下发预测; 竞争失效; 蒙特卡罗仿真; Kolmogorov-Smirnov 检验

中图分类号: V37.1 **文献标志码:** A

Monte Carlo-based competitive failure delivery simulation model of engine

GUO Qing, XU Gansheng, ZHAO Hongli
(Aeronautical Engineering Institute,
Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: To solve the problem of the complicated modeling process and the solving difficulty when using conventional analytical methods to predict the engine delivery time, a method based on Monte Carlo simulation to predict the first delivery time of the engine was proposed. By analyzing the historical data of the engine fleet, the exhaust gas temperature margin (EGTM) decline rule and the lifetime distribution of performance degradation excess were studied. The time distribution of the first hardware damage occurred of each major hardware was counted, the probability of occurrence of accidental damage was calculated, and the time distribution of accidental damage was determined. Performance degradation, hardware damage and accidental damage were subjected to competitive analysis, and a Monte Carlo simulation model was established to predict the law of time when the engine is first delivered. Combined with the actual data provided by the engine fleet, the Kolmogorov-Smirnov test was used to determine the distribution type of first delivery time. After analysis, the reliability error of the simulation results was very small, between -1% and 2% , and the rationality and feasibility of the method was verified.

收稿日期: 2018-05-29

作者简介: 郭庆(1976—),男,副教授、硕士生导师,硕士,研究方向为航空发动机保障维修。

引用格式: 郭庆,徐甘生,赵洪利. 基于蒙特卡罗发动机竞争失效的下发仿真模型[J]. 航空动力学报,2019,34(3):616-626. GUO Qing,XU Gansheng,ZHAO Hongli. Monte Carlo-based competitive failure delivery simulation model of engine[J]. Journal of Aerospace Power,2019,34(3):616-626.

Key words: engine fleet management; delivery prediction; competition failure; Monte Carlo simulation; Kolmogorov-Smirnov test

合理的预测发动机的下发维修时间,对航空公司的发动机机队管理来说有着极为重要的意义。从经济性考虑,合理的下发预测可以帮助航空公司在实施维修工作前做好充分的准备工作,制定合理的维修方案,缩短发动机的维修周期,从而避免“过度维护”造成的人力和物力方面的浪费,降低发动机的维修成本。从安全性考虑,对航空发动机进行准确的寿命预测,可以在发动机发生严重故障之前对其进行适当有效的维护和保养,保证飞机的安全飞行,从而避免灾难性事故的发生。

发动机的寿命预测以及下发时间的计划是目前民航界维修工程管理的热点问题。Liu 等^[1]利用状态空间方法建立预测模型,通过卡尔曼滤波算法对模型的时变参数进行预测和更新,从而估计剩余寿命。Fu 等^[2]基于比例危险-比例优势模型建立了发动机维修决策控制限的数学模型,结合维修决策控制限模型,对发动机在翼寿命进行预测。Cao 等^[3]提出了一种基于性能恶化模式的方法,给出了性能恶化模式的挖掘步骤,为预测航空发动机下发日期提供了可靠的支持。孙见忠等^[4]利用动态线性模型来描述性能参数偏差值序列和性能退化过程,考虑了维修、水洗以及故障等使用因素对性能退化的影响,实现对下发时间的合理预测。

对于大型装备和复杂系统来说,在研究其可靠性和维修性时,由于需要考虑的因素较多,利用传统的解析法来研究变得愈加困难,因此学者们开始利用以蒙特卡罗思想为基础的仿真技术,进行可靠性和维修性的分析。苏春等^[5]基于蒙特卡罗仿真,将遗传算法中的个体进化搜索用于维修策略优化。Faza^[6]利用蒙特卡罗仿真研究添加光伏源对电网的影响,使用粒子群优化来找到网络中光伏源的最佳布局,以最大化系统可靠性。Caballe 等^[7]开发了一种结合数值积分和蒙特卡罗模拟的递归方法,用于获得有限寿命周期中的预期成本率及其相关的标准偏差。

综上所述,对于发动机下发时间预测的研究,前人学者基本还是利用传统的解析法,即建立数学模型,通过复杂的公式推导来预测发动机的下发时间,建模和求解过程都比较困难。由于蒙特卡罗仿真技术在工程领域越来越多的被应用,本文提出一种基于蒙特卡罗仿真来预测发动机首次下发时间的方法。研究性能衰退、部件损伤、偶然

性损伤对发动机下发的影响,综合考虑三种失效模式,进行竞争失效分析,建立蒙特卡罗仿真模型,从而实现对发动机的首次下发时间规律的预测。最后,通过对比某航空公司的实际下发数据,验证了该方法的合理性和可行性。

1 首次下发时间规律预测流程

航空发动机首次下发时间规律的预测流程主要分为以下 3 个步骤:

- 1) 收集发动机排气温度裕度(EGTM)的历史数据,并对数据进行一定的预处理,进而研究 EGTM 的衰退规律,得到 EGTM 达到警戒值的时间分布。
- 2) 统计历史下发数据,拟合出各主要部件发生首次部件损伤的时间分布函数,并计算偶然性损伤的发生概率,确定偶然性损伤的时间分布。
- 3) 基于竞争失效原则,建立仿真模型,进行蒙特卡罗仿真,最后分析仿真结果,从而实现对航空发动机首次下发时间规律的预测。

具体流程如图 1 所示。

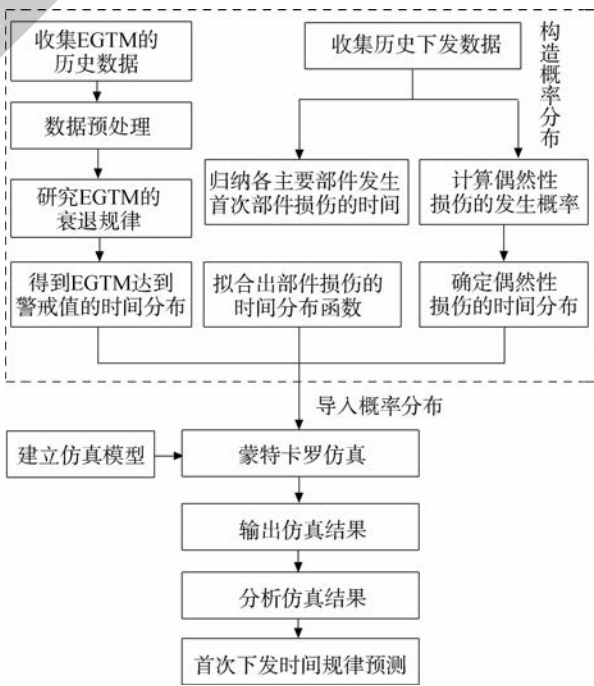


图 1 基于竞争失效的航空发动机首次下发时间规律预测流程

Fig. 1 First-time delivery time law prediction process for aeroengine based on competition failure

2 失效时间分布的构造

2.1 基于性能衰退的失效时间分布的确定

2.1.1 EGTM 的衰退规律

假设发动机的性能参数 EGTM,其退化过程服从带漂移的布朗运动^[8],也称为 Wiener 过程。漂移 Wiener 过程是具有下面性质的随机过程 $\{X(t); t \geq 0\}$:

- 1) $X(0)=0$;
- 2) 随机过程 X 有平稳独立增量,且增量服从正态分布,即 $X(t+\Delta t)-X(t) \sim N(\mu \Delta t, \sigma^2 t)$;
- 3) 对于任意 $t>0, X(t) \sim N(\mu t, \sigma^2 t)$ 。

Wiener 过程不具有严格单调性,适合对具有波动单调的性能退化过程进行建模。如果发动机 EGTM 的初始值为 S ,警戒值为 L ,则失效阈值为 $D_i=S-L$,寿命 T 是性能退化量首次达到失效阈值的时间,即

$$T=\inf\{t|X(t)=D_i,t\geq 0\} \tag{1}$$

根据布朗运动的最大值变量分析,可以推导出寿命 T 的分布函数和概率密度函数分别为

$$F(t)=\phi\left[\frac{\mu t-D_i}{\sigma\sqrt{t}}\right]+\exp\left(\frac{2\mu D_i}{\sigma^2}\right)\phi\left[\frac{-D_i-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right] \tag{2}$$

$$f(t)=\frac{D_i}{\sqrt{2\pi\sigma^2t^3}}\exp\left[-\frac{(D_i-\mu t)^2}{2\sigma^2t}\right] \tag{3}$$

令

$$\mu_1=\frac{D_i}{\mu},k=\frac{D_i^2}{\sigma^2} \tag{4}$$

则将式(2)、式(3)转化为

$$F(t)=\phi\left[\sqrt{\frac{k}{t}}\left(\frac{t}{\mu_1}-1\right)\right]+\exp\left(\frac{2k}{\mu_1}\right)\phi\left[-\sqrt{\frac{k}{t}}\left(\frac{t}{\mu_1}+1\right)\right] \tag{5}$$

$$f(t)=\sqrt{\frac{k}{2\pi t^3}}\exp\left[\frac{-k(t-\mu_1)^2}{2\mu_1^2t}\right] \tag{6}$$

由式(5)、式(6)可以看出,发动机性能超标时间分布服从参数为 μ_1,k 的逆高斯分布,即 $T \sim IG(\mu_1,k)$ 。

2.1.2 参数估计

设有 n 台发动机的 EGTM 样本,样本 i 初始时刻 t_{i0} 退化量取值为 $X_{i0}=0$,在时刻 $t_{i1},t_{i2},\cdots,t_{im_i}$,EGTM 的退化量为 $X_{i1},X_{i2},\cdots,X_{im_i}$ 。记 $\Delta X_{ij}=X_{ij}-X_{i,j-1}$ 是样本 i 在时刻 $t_{i,j-1} \sim t_{ij}$ 之间

的退化增量, $\Delta t_{ij}=t_{ij}-t_{i,j-1},j=1,2,\cdots,m_i,i=1,2,\cdots,n$ 为各样本的测量间隔。由 Wiener 过程性质^[9],可以推出

$$\Delta X_{ij} \sim N(\mu \Delta t_{ij}, \sigma^2 \Delta t_{ij}) \tag{7}$$

利用极大似然法进行参数估计,似然函数为

$$L(\mu,\sigma)=\prod_{i=1}^n\prod_{j=1}^{m_i}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi\Delta t_{ij}}}\exp\left[-\frac{(\Delta X_{ij}-\mu\Delta t_{ij})^2}{2\sigma^2\Delta t_{ij}}\right] \tag{8}$$

由方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln[L(\mu,\sigma)]}{\partial \mu}=0 \\ \frac{\partial \ln[L(\mu,\sigma)]}{\partial \sigma}=0 \end{cases} \tag{9}$$

即可求得参数 μ,σ 的极大似然估计值 $\hat{\mu},\hat{\sigma}$ 为

$$\begin{cases} \hat{\mu}=\frac{\sum_{i=1}^nX_{im_i}}{\sum_{i=1}^nt_{im_i}} \\ \hat{\sigma}=\sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^nm_i}\left[\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^{m_i}\frac{(\Delta X_{ij})^2}{\Delta t_{ij}}-\frac{\left(\sum_{i=1}^nX_{im_i}\right)^2}{\sum_{i=1}^nt_{im_i}}\right]} \end{cases} \tag{10}$$

2.2 基于部件损伤的失效时间分布的确定

威布尔模型是研究机械零部件可靠性的较适合的模型之一,机械中的疲劳强度、疲劳寿命、磨损寿命、腐蚀寿命大多服从威布尔分布,其能充分反映材料缺陷和应力集中源对材料疲劳寿命的影响^[10]。而且,在进行小样本数据分析时,威布尔分布具有良好的统计性能,相比于其他分布,拟合出的曲线更能反映样本数据的特点^[11-12]。因此,本文采用双参数威布尔分布对部件损伤时间进行拟合。

双参数威布尔分布的累计分布函数和概率密度函数分别为

$$F(t)=1-\exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right] \tag{11}$$

$$f(t)=\frac{\beta}{\eta}\times\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}\times\exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right] \tag{12}$$

式中 t 为故障时间, β 为形状参数, η 为尺度参数。

利用中位秩回归参数估计法^[13]来估计参数 β 和 η

1) 将故障时间数据 $T_1, T_1, \dots, T_n$ 从小到大排列, 利用式(13)计算各个数据的中位秩, 当故障时间数据中存在删失数据时, 需利用式(14)调整数据排序值。

$$R_i = \frac{i - 0.3}{N + 0.4} \tag{13}$$

式中 i 为数据序号, R_i 为第 i 个数据的中位秩, N 位数据总数。

$$i' = j + \frac{N + 1 - j}{1 + p} \tag{14}$$

式中 i' 为调整后的排序值, j 为前一个数据调整后的排序值, p 为当前删失数据之后的数据个数。

2) 将威布尔分布函数 $F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right]$ 转化为线性函数, 即

$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right)\right] = \beta \ln(t) - \beta \ln(\eta) \tag{15}$$

从而令

$$\begin{cases} x_i = \ln(t_i) \\ y_i = \ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - F(t_i)}\right)\right] \end{cases} \tag{16}$$

3) 利用最小二乘法计算函数 $y = a + bx$ 中的参数 a 、 b , 即

$$\begin{cases} \hat{b} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2} \\ \hat{a} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n} - \hat{b} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \end{cases} \tag{17}$$

从而得到形状参数和尺度参数的估计值

$$\begin{cases} \hat{\beta} = \hat{b} \\ \hat{\eta} = \exp\left(-\frac{\hat{a}}{\hat{\beta}}\right) \end{cases} \tag{18}$$

2.3 基于偶然性损伤的失效时间分布的确定

偶然性损伤是指鸟撞、雷击、异物进入等一系列突发性故障^[14], 这类故障发生的概率极小, 但在发动机的全寿命中随时可能发生, 且具有无记忆性, 即任意时刻发生偶然性损伤的概率是一样的, 因此, 偶然性损伤的时间服从指数分布^[15], 其分布函数和概率密度函数分别为

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t) \tag{19}$$

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t) \tag{20}$$

式中 t 为损伤时间, λ 为偶然性损伤的发生概率。

3 基于蒙特卡罗的竞争失效下发建模与仿真

3.1 蒙特卡罗方法

蒙特卡罗方法的基本理论是大数定律和中心极限定理^[16], 由大数定理可知提高模拟次数可以提高估值精度, 这里可根据仿真精度需求选取合理的蒙特卡罗模拟次数。蒙特卡罗方法的基本思路^[17]为: 首先针对具体问题构造相应的概率过程, 然后实现已知概率分布的随机抽样, 最后将随机数序列作为数字模拟试验的输入进行模拟仿真。

3.2 伪随机数的产生

随机数是蒙特卡罗仿真的重要模块^[18], 而伪随机数是根据数学算法运算而产生的, 产生出的数据在一定周期内具有与真随机数相似的统计特征。优秀的伪随机数生成算法产生的随机数可以满足科学计算中对数据随机性的要求^[19]。而且, 伪随机数的产生可以借助计算机的程序来实现, 随机数序列产生效率比较高, 所以利用伪随机数来进行蒙特卡罗仿真研究是比较合适的。

3.2.1 [0,1]上均匀伪随机数的产生

[0,1]上均匀随机数生成是随机数生成的基础, 非均匀随机数是由[0,1]上均匀随机数经相应运算而产生的。[0,1]上均匀随机数的质量决定了非均匀随机数的质量。目前应用最为广泛的均匀随机数生成器是线性同余伪随机数生成器(LCG), 基本方法如下^[20]:

$$\begin{cases} x_1 = ax_0 + b & \text{mod}(m) \\ x_n = ax_{n-1} + b & \text{mod}(m) \\ u_n = x_n / m & n = 1, 2, \dots \\ x_0 \text{ 为任意非负整数} \end{cases} \tag{21}$$

$u_1, u_2, \dots, u_k$ 就是 k 个[0,1]上的伪随机数。当 $b > 0$ 时称为混合同余法。本文采用著名的 Coveyou 与 Macpherson 混合同余发生器

$$\begin{cases} x_n = 5^{15} x_{n-1} + 1 & \text{mod}(2^{35}) \\ u_n = x_n / 2^{35} & n = 1, 2, \dots \end{cases} \tag{22}$$

3.2.2 威布尔分布伪随机数的产生

如果某分布函数的反函数容易求得, 那么在得到[0,1]区间上的均匀随机数后, 通过反函数变换法来生成该分布的伪随机数, 是比较便捷、有效

的方法。设随机变量 X 的分布函数为 $F(\cdot)$, 且 F 是连续的, 则 $U=F(X)$ 是随机变量, 其分布是 $(0, 1)$ 上的均匀分布。于是, 可以得到产生具有给定分布函数 $F(\cdot)$ 的非均匀随机数 X 的算法为

$$X = F^{-1}(U), U \sim U[0, 1]$$

(23)

其中 $U[0, 1]$ 是 $[0, 1]$ 上的均匀分布, $F^{-1}(\cdot)$ 是 F 的反函数。

若已有 $[0, 1]$ 区间上的均匀随机数 r , 则威布尔分布的反函数变换公式为

$$T = \eta \left[\ln \left(\frac{1}{1-r} \right) \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

(24)

式中 T 为服从威布尔分布的随机故障时间。

3.2.3 逆高斯分布伪随机数的产生

如果某分布函数的反函数不易求得, 则无法直接利用反函数变换法产生伪随机数, 此时需要进行一定的变量代换, 首先利用反函数变换法产生简单分布的随机数, 然后根据变量代换关系, 产生复杂分布的伪随机数。以逆高斯分布为例^[21]

如果 $Y \sim IG(\mu, k)$ (参数为 μ, k 的逆高斯分布), 则有

$$V = \frac{k(Y - \mu)^2}{Y\mu^2}$$

(25)

$$V \sim \chi^2(1)$$

(26)

其中 $\chi^2(1)$ 自由度为 1 的卡方分布。

因此, 若要产生逆高斯分布的随机数, 可以首先生成服从标准正态分布的随机数, 然后再平方, 得到服从自由度为 1 的卡方分布的随机数 V 。根据式(25), 可得到方程的两个根

$$Y_1 = \mu + \frac{0.5\mu}{k} \left[\mu V - \sqrt{(4\mu k V + \mu^2 V^2)} \right]$$

(27)

$$Y_2 = \frac{\mu^2}{Y_1}$$

(28)

由文献[22]可知, 以 $\frac{\mu}{\mu + Y_1}$ 的概率产生 Y_1 , 以 $1 - \frac{\mu}{\mu + Y_1}$ 的概率产生 Y_2 , 从而得到服从参数为 μ, k 的逆高斯分布的随机数。

3.3 竞争失效下发建模与仿真

设性能超标时间分布为 U , n 个部件的损伤时间分布为 $V_1, V_2, \dots, V_n$, 偶然性损伤的时间分布为 W , 模拟次数为 N , 记下发原因为 H , 仿真模型如图 2 所示。

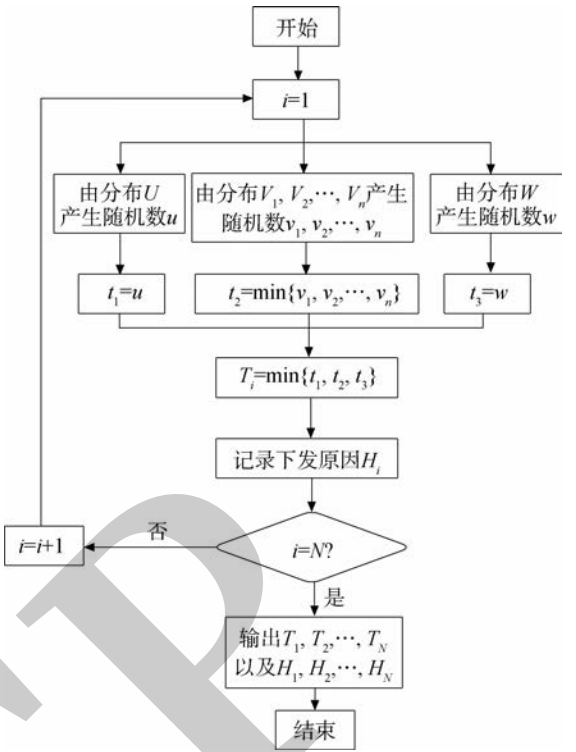


图 2 基于蒙特卡罗的竞争失效下发仿真模型
Fig. 2 Monte Carlo-based competitive failure delivery simulation model

4 算例及结果分析

4.1 算例描述

选用某航空公司提供的某机队数据, 验证该模型的准确性和适用性。表 1 是该机队的 EGTM(记为 M_{egt}) 的部分样本数据(预处理后), 由式(10), 计算得到参数 $\mu=0.006379422$ 和 $\sigma=0.354353147$ 。给出该机队发动机的 EGTM 的出厂值 $S=75\text{ }^{\circ}\text{C}$, 警戒值 $L=0\text{ }^{\circ}\text{C}$, 则失效阈值 $D_f=S-L=75\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。由式(4)~式(6), 计算得到 $\mu_1=11756.55, k=44797.1$, 则得到性能衰退超标的失效函数和概率密度函数为

$$F(t) = \phi \left[\sqrt{\frac{44797.1}{t}} \left(\frac{t}{11756.55} - 1 \right) \right] + \exp \left(\frac{2 \times 44797.1}{11756.55} \right) \times \phi \left[-\sqrt{\frac{44797.1}{t}} \left(\frac{t}{11756.55} + 1 \right) \right]$$

(29)

$$f(t) = \sqrt{\frac{44797.1}{2\pi t^3}} \times \exp \left(\frac{-44797.1 \times (t - 11756.55)^2}{2 \times 11756.55^2 \times t} \right)$$

(30)

该机队提供了 3 种主要部件的损伤时间, 其中: 高压涡轮一级叶片的损伤时间分别为 8045、

表 1 某机队 EGTM 部分样本数据
Table 1 EGTM sample data of an engine fleet

t/cycle	$E_{\text{egt}}/^{\circ}\text{C}$						
	样本 1	样本 2	样本 3	...	样本 12	样本 13	样本 14
0	43.45	64.05	60.50		72.83	62.64	60.56
100	41.64	64.20	55.96		67.75	57.40	61.85
200	42.98	64.51	56.58		66.71	57.64	61.96
300	40.13	60.31	65.94		76.85	58.11	55.02
400	44.81	61.56	56.79		66.94	61.56	54.34
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
2000	33.19	54.30	55.53		60.88	50.84	47.51
2100	29.97	52.62	51.03		58.21	52.81	46.29
2200	27.78	51.68	51.27		53.86	48.79	45.28
2300	26.09	47.79	48.83		52.80	46.51	41.98
2400	25.32		47.72		53.55	48.26	41.71

9849、6838、7482,高压压气机叶片的损伤时间为 9152、7176、13148,燃烧室的损伤时间为 11703、8063、7537,单位均为 cycle。根据式(16)~式(18),计算得到三种部件的损伤时间的威布尔分布参数分别为 $\beta_1=6.144\,707,\eta_1=8\,624.61,\beta_2=3.103\,517,\eta_2=11\,038.24,\beta_3=3.638\,997,\eta_3=10\,124.46$ 。从而得到部件损伤的失效函数和概率密度函数为

高压涡轮一级叶片损伤

$$F(t)=1-\exp\left[-\left(\frac{t}{8\,624.61}\right)^{6.144\,707}\right]\tag{31}$$

$$f(t)=\frac{6.144\,707}{8\,624.61}\times\left(\frac{t}{8\,624.61}\right)^{6.144\,707-1}\times\exp\left[-\left(\frac{t}{8\,624.61}\right)^{6.144\,707}\right]\tag{32}$$

高压压气机叶片损伤

$$F(t)=1-\exp\left[-\left(\frac{t}{11\,038.24}\right)^{3.103\,517}\right]\tag{33}$$

$$f(t)=\frac{3.103\,517}{11\,038.24}\times\left(\frac{t}{11\,038.24}\right)^{3.103\,517-1}\times\exp\left[-\left(\frac{t}{11\,038.24}\right)^{3.103\,517}\right]\tag{34}$$

性能衰退超标

$$\lambda(t)=\frac{\sqrt{\frac{44\,797.1}{2\pi t^3}}\times\exp\left[\frac{-44\,797.1\times(t-11\,756.55)^2}{2\times11\,756.55^2\times t}\right]}{1-\phi\left[\sqrt{\frac{44\,797.1}{t}}\left(\frac{t}{11\,756.55}-1\right)\right]-\exp\left(\frac{2\times44\,797.1}{11\,756.55}\right)\phi\left[-\sqrt{\frac{44\,797.1}{t}}\left(\frac{t}{11\,756.55}+1\right)\right]}\tag{40}$$

燃烧室损伤

$$F(t)=1-\exp\left[-\left(\frac{t}{10\,124.46}\right)^{3.638\,997}\right]\tag{35}$$

$$f(t)=\frac{3.638\,997}{10\,124.46}\times\left(\frac{t}{10\,124.46}\right)^{3.638\,997-1}\times\exp\left[-\left(\frac{t}{10\,124.46}\right)^{3.638\,997}\right]\tag{36}$$

根据该机队提供的历史下发数据,计算得到该机队发生偶然性损伤的概率为 $1.112\,89\times10^{-6}$ 次/循环,从而得到偶然性损伤的失效函数和概率密度函数分别为

$$F(t)=1-\exp(-1.112\,89\times10^{-6}t)\tag{37}$$

$$f(t)=1.112\,89\times10^{-6}\times\exp(-1.112\,89\times10^{-6}t)\tag{38}$$

失效率函数 $\lambda(t)$ 是指已知产品工作到时刻 t 的情况下,在时刻 t 后单位时间内发生失效的概率^[23]。根据失效率函数的定义^[24],可推导出 $\lambda(t)$ 的表达式为

$$\lambda(t)=\lim_{\Delta t\rightarrow0}\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{\Delta t}\times\frac{1}{R(t)}=\frac{f(t)}{1-F(t)}=\frac{f(t)}{R(t)}\tag{39}$$

因此,可推得各失效类型的失效率函数为

高压涡轮一级叶片损伤

$$\lambda(t) = \frac{6.144707}{8624.61} \times \left(\frac{t}{8624.61}\right)^{6.144707-1} \tag{41}$$

高压压气机叶片损伤

$$\lambda(t) = \frac{3.103517}{11038.24} \times \left(\frac{t}{11038.24}\right)^{3.103517-1} \tag{42}$$

燃烧室损伤

$$\lambda(t) = \frac{3.638997}{10124.46} \times \left(\frac{t}{10124.46}\right)^{3.638997-1} \tag{43}$$

偶然性损伤

$$\lambda(t) = 1.11289 \times 10^{-6} \tag{44}$$

图 3 给出了各失效类型的失效率曲线。从图中可以看出,在发动机运行初期,性能衰退和部件损伤的失效率为 0,而偶然性损伤的失效率虽然极小,但在该阶段仍然对发动机的下发具有主导影响。而随着时间的增长,性能衰退和部件损伤的失效率逐渐增大,并且部件损伤的失效率增长较快,因此,在发动机运行后期,部件损伤逐渐成为发动机下发的主导因素。

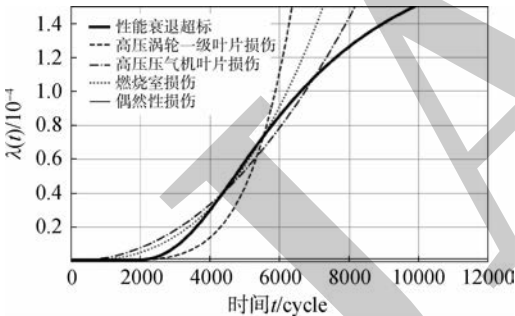


图 3 各失效类型的失效率曲线

Fig. 3 Failure efficiency curves for failure types

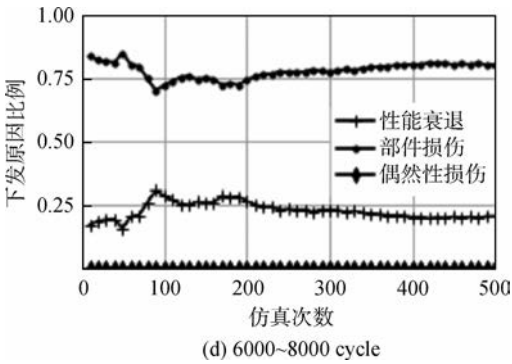
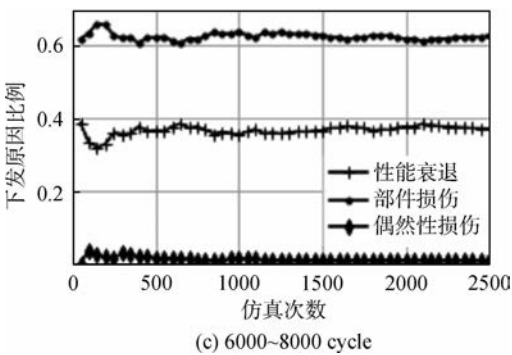
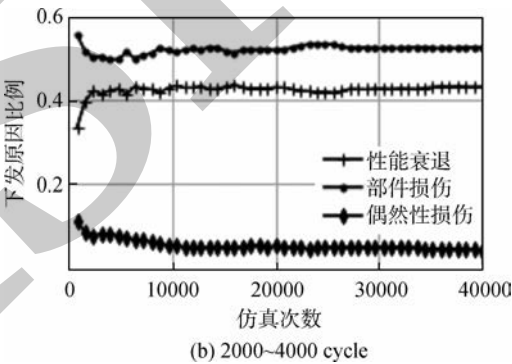
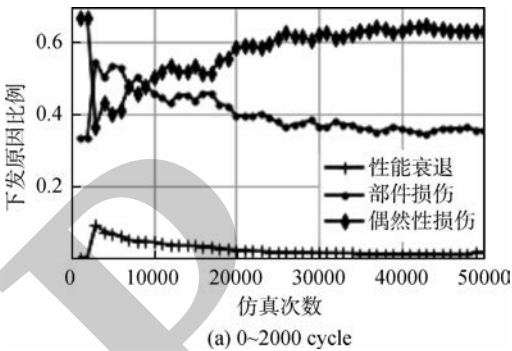
4.2 基于收敛原则确定仿真次数

仿真次数是蒙特卡洛仿真的关键,若仿真次数过少,则会导致仿真结果的精度不够,无法满足工程应用的要求。若仿真次数过多,则会导致仿真时间过长,影响仿真的效率,因此必须选取合适的仿真次数。对于蒙特卡洛仿真来说,为了保证仿真的精度,必须得到一个收敛的仿真结果。本文以各时间段内,各原因导致下发的比例为收敛依据,确定仿真次数。

图 4 给出了各时间段内,各原因导致下发的比例的仿真结果收敛曲线。

从图 4 中可以看出,当时间为 0~2000 cycle,仿真次数在 50000 次时,仿真结果基本收敛;当时

间为 2000~4000 cycle,仿真次数在 40000 次时,仿真结果基本收敛;当时间为 4000~6000 cycle,仿真次数在 2500 次时,仿真结果基本收敛;当时间为 6000~8000 cycle,仿真次数在 500 次时,仿真结果基本收敛;当时间为 8000 cycle 以上,仿真次数在 3000 次时,仿真结果基本收敛。因此,设定仿真次数为 50000 次时,可满足收敛性要求。



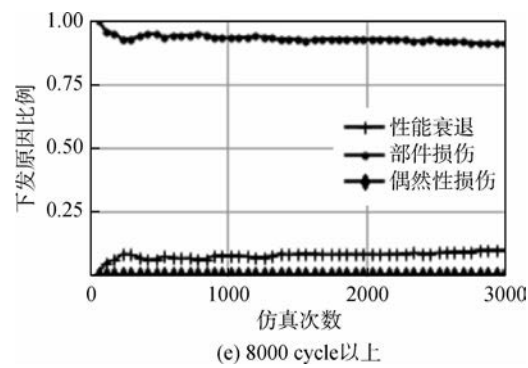


图 4 各原因导致下发的比例的收敛结果

Fig.4 Convergence result of the proportion of all the reasons leading to the delivery

4.3 仿真结果

利用图 2 的仿真模型进行 50 000 次仿真,得到 50 000 组仿真结果,包括下发时间以及对应的下发原因,仿真结果见表 2、表 3。

表 2 给出了各时间段的仿真下发次数,从表中可以看出,下发时间主要集中在 4 000~8 000 cycle 这一区间,而飞行时间在 4 000 cycle 以下时,发生下发的情况相对较少。

表 2 各时段内各原因导致下发的仿真次数

Table 2 Number of simulations of each reason leading to delivery in each period

下发时间/ cycle	下发原因仿真次数		
	性能衰退	部件损伤	偶然性损伤
0<t≤2000	2	49	87
2000<t≤4000	1041	1259	107
4000<t≤6000	4790	7927	77
6000<t≤8000	4697	19440	43
t>8000	873	9605	3
总和	11403	38280	317

表 3 给出了各时间段内由于各种原因而导致下发的比例。从表中可以看出,基于竞争失效原则,部件损伤是导致下发的最主要因素,大约有 76.56% 的下发都是由于部件率先发生损伤引起的。其次是性能衰退,大约有 22.81% 的下发是由于性能衰退率先超标引起的。而偶然性损伤发生的概率极小,在发动机的首次下发中,大约只有 0.63% 是由于率先发生偶然性损伤导致的。

从时间维度看,当飞行时间小于 2 000 cycle 时,这一阶段的下发原因主要是偶然性损伤,大约有 63.04% 的下发是由于率先发生偶然性损伤导

致的,35.51% 的下发是由于率先发生部件损伤导致的,1.45% 的下发是由于率先发生性能衰退超标导致的。当飞行时间在 2 000~8 000 cycle 时,这一阶段的下发原因主要是部件损伤和性能衰退超标,并且随着时间的增长,率先发生部件损伤的比例逐渐增大,率先发生性能衰退超标的比例逐渐减小。当飞行时间大于 8 000 cycle 时,此时的下发原因主要是部件损伤,多达 91.64% 的下发由于率先发生部件损伤而导致,8.33% 的下发是由于率先发生性能衰退超标而导致,此时偶然性损伤的比例已经极小,只有 0.03%。对比图 3 的失效率曲线,该仿真结果基本可以反映各因素对发动机下发的影响。

表 3 各时段内各原因导致下发的比例

Table 3 Percentage of each reason leading to delivery in each period

下发时间/ cycle	下发原因比例/%		
	性能衰退	部件损伤	偶然性损伤
0<t≤2000	1.45	35.51	63.04
2000<t≤4000	43.25	52.31	4.45
4000<t≤6000	37.44	61.96	0.60
6000<t≤8000	19.43	80.40	0.18
t>8000	8.33	91.64	0.03
全时段	22.81	76.56	0.63

4.4 仿真结果的验证

4.4.1 下发时间分布类型的确定

利用 Kolmogorov-Smirnov 检验(简称 K-S 检验)来确定下发时间的分布类型^[25]。K-S 检验是基于累计分布函数,用以检验一个经验分布是否符合某种理论分布的方法。具体步骤如下:

1) 将样本的观测值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 按照从小到大排列 $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$, 则样本的经验分布函数 $F_n(x)$ 定义为

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & x < x_{(1)} \\ \frac{i}{n} & x_{(i)} \leq x \leq x_{(i+1)}, \\ & i = 1, 2, \dots, n-1 \\ 1 & x \geq x_{(n)} \end{cases} \quad (45)$$

2) 根据样本数据进行参数估计,得到理论分布函数的具体表达式 $F(x)$, 本文利用最小二乘法对各分布进行参数估计。

3) 将样本观测值的经验分布函数 $F_n(x)$ 与假设的理论分布函数 $F(x)$ 进行比较, 计算统计量

D_n ,即

$$D_n = \sup_{1 \leq i \leq n} |F_n(x_i) - F(x_i)|, i = 1, 2, \dots, n$$

(46)

4) 给定显著水平 α ,从 Kolmogorov-Smirnov 检验临界表中查找对应样本数 n 的拒绝临界值 $D_{n,\alpha}$ 。当 $D_n < D_{n,\alpha}$ 时,则说明观测样本服从理论分布,反之,则说明观测样本不服从理论分布。

该机队提供了首次下发时间的 18 组样本数据:3 399、6 145、7 286、7 217、6 912、9 582、6 870、9 879、5 327、4 052、4 327、5 413、6 361、7 231、7 311、7 408、7 581、7 928 cycle。利用正态分布、对数正态分布和双参数威布尔分布、指数分布对样本数据

分别进行假设检验,检验结果见表 4。

取显著水平 $\alpha=0.05$,查得 $D_{n,\alpha}=0.309$ 。由表 4 可知,正态分布、对数正态分布和双参数威布尔分布 K-S 检验的 D_n 均小于 $D_{n,\alpha}$,理论上用这三种分布类型对样本数据进行拟合都可取。而 D_n 越小,说明原假设越倾向于成立,因此,选用对数正态分布来分析该机队的首次下发时间最为合适。

对该机队提供的 18 组实际下发时间进行对数正态分布拟合,利用中位秩回归参数估计法,计算得到 $\mu'_1=8.825\,617, \sigma'_1=0.311\,783$,从而得到发动机的实际可靠度函数为

$$R'(t) = 1 - \phi\left(\frac{\ln t - 8.771\,892}{0.310\,956}\right)$$

(47)

表 4 分布检验结果
Table 4 Distribution test results

t_i/cycle	$F_n(t_i)$	$\Phi\left(\frac{t_i - \mu}{\sigma}\right)$	$\Phi\left[\frac{\ln(t_i) - \mu_1}{\sigma_1}\right]$	$1 - \exp\left[-\left(\frac{t_i}{\eta}\right)^\beta\right]$	$1 - \exp(-\lambda t_i)$
3 399	0.055 555 556	0.059 673 672	0.023 997 49	0.048 241 262	0.421 537 99
4 052	0.111 111 111	0.104 318 144	0.074 466 75	0.091 713 818	0.479 280 075
4 327	0.166 666 667	0.129 048 139	0.106 798 946	0.116 051 499	0.501 837 802
5 327	0.222 222 222	0.251 051 067	0.270 332 136	0.237 467 097	0.575 936 362
5 413	0.277 777 778	0.263 807 718	0.286 672 241	0.250 285 546	0.581 769 003
6 145	0.333 333 333	0.383 944 256	0.429 504 766	0.372 306 875	0.628 276 231
6 361	0.388 888 889	0.422 368 007	0.471 048 319	0.411 867 653	0.640 984 376
6 870	0.444 444 444	0.515 218 499	0.564 083 339	0.508 590 419	0.669 239 207
6 912	0.5	0.522 912 392	0.571 366 748	0.516 676 231	0.671 468 849
7 217	0.555 555 556	0.578 351 471	0.622 135 902	0.575 247 314	0.687 215 707
7 231	0.611 111 111	0.580 867 776	0.624 372 698	0.577 918 16	0.687 920 113
7 286	0.666 666 667	0.590 720 342	0.633 077 684	0.588 385 679	0.690 672 099
7 311	0.722 222 222	0.595 180 302	0.636 990 755	0.593 129 089	0.691 914 966
7 408	0.777 777 778	0.612 363 22	0.651 911 671	0.611 432 679	0.696 690 197
7 581	0.833 333 333	0.642 449 768	0.677 474 823	0.643 583 683	0.705 023 87
7 928	0.888 888 889	0.700 047 18	0.724 638 677	0.705 425 315	0.721 055 511
9 582	0.944 444 444	0.900 587 6	0.879 520 219	0.918 331 131	0.786 283 79
9 879	1	0.922 405 949	0.897 130 273	0.939 921 165	0.796 265 132
$D_n = \sup_{1 \leq i \leq n} F_n(t_i) - F(t_i) $		0.147 350 601	0.142 450 94	0.159 084 272	0.369 211 031

4.4.2 基于可靠性的仿真结果的验证

将仿真得到的 50 000 组下发时间进行对数正态分布拟合,计算得到 $\mu_1=8.778\,214, \sigma_1=0.293\,216$,从而得到基于竞争失效的发动机可靠

度函数为

$$R(t) = 1 - \phi\left(\frac{\ln t - 8.778\,214}{0.293\,216}\right)$$

(48)

图 5 给出了基于竞争失效仿真的可靠度曲线与该机队发动机的实际可靠度曲线的比较。从图

中可以看出,仿真可靠度曲线与实际可靠度曲线基本吻合。当飞行时间在 3 000 cycle 以下时,发动机的可靠度几乎为 1,说明发动机飞行时间未超过 3 000 cycle 时几乎不可能发生故障。从 3 000 cycle 开始,发动机的可靠度开始下降,且下降速度是开始比较平缓,而后开始逐渐加快,最后又趋于平缓的过程。当时间达到 10 000 cycle 左右,发动机的可靠度已经降至 0.1 以下,说明此时发动机发生故障的概率极大。当飞行时间达到了 15 000 cycle 时,发动机的可靠度已经几乎趋于 0。

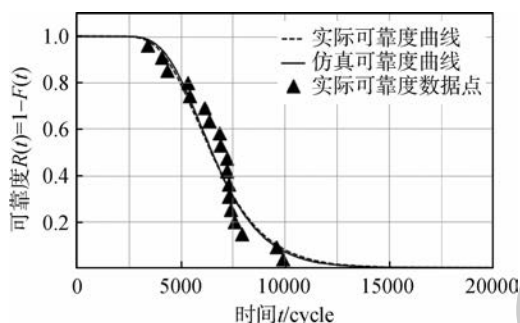


图5 仿真可靠度与实际可靠度的比较

Fig. 5 Comparison of simulation reliability and actual reliability

图6给出了发动机可靠度的仿真结果与实际结果的误差曲线,从图中可以看出:总体来看,可靠度的仿真值与实际值相差不大,在 $-1\% \sim 2\%$ 之间。当时间在 2 000 cycle 以下时,可靠度的仿真值与实际值几乎贴近;时间在 2 000 cycle 到 7 000 cycle 之间,可靠度的仿真值比实际值大;时间在 7 000 cycle 到 18 000 cycle 之间,可靠度的仿真值比实际值结果小;当时间超过 18 000 cycle,可靠度的仿真值又趋于实际值。出现这种情况的原因是:在发动机运营初期,发动机的可靠度几乎为 1,因此仿真值与实际值贴近。当运营一段时间后,发动机进入磨合时期,这段时期发动机的运行状况不太稳定,比较容易引起下发,而该仿真模型未考虑到这一点,所以通过仿真预测的下发时间相对于实际下发时间会偏大。而后发动机的运行状态趋于平稳,但拟合实际可靠度曲线的数据点来源于实际下发数据,而拟合仿真可靠度曲线的数据点是基于竞争失效,根据仿真模型,即只要出现故障就立即下发,而在实际情况中,由于发现故障的非实时性,以及机会维修等方面的影响,实际的下发时间相对于故障出现时间会有延迟。因此,这一阶段的预测下发时间相对于实际下发时

间会偏小,从而可靠度也将偏小。当达到一定时间后,发动机的可靠度已经趋于 0,所以此时的仿真可靠度与实际可靠度就又逐渐吻合了。

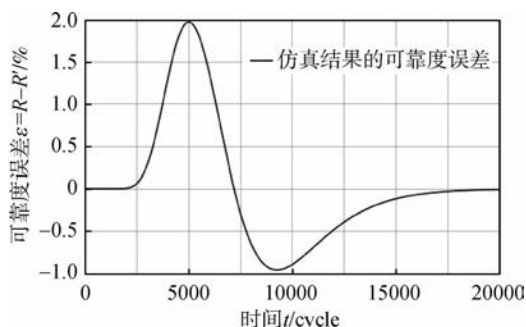


图6 仿真结果的可靠度误差

Fig. 6 Reliability error of the simulation results

5 结论

本文提出了一种基于蒙特卡罗仿真来预测发动机首次下发时间的方法。通过对性能衰退、部件损伤、偶然性损伤三种失效模式的竞争分析,建立蒙特卡罗仿真模型,通过仿真实现了发动机的首次下发时间规律的预测。对比实际下发数据,通过分析发动机的可靠性,验证了该方法的仿真结果与实际下发时间比较吻合,而其中产生的误差也是情理之中的。因此,利用该方法来预测发动机的首次下发时间是比较合理的。

参考文献:

- [1] LIU Junqiang, ZHANG Malan, ZUO Hongfu, et al. Remaining useful life prognostics for aeroengine based on superstatistics and information fusion[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(5): 1086-1096.
- [2] FU Xuyun, ZHONG Shisheng, ZHANG Munan. An improved method for aeroengine residual life prediction[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2013, 45(5): 51-55.
- [3] CAO Huiling, WU Zemin, QU Chungang, et al. Life on wing prediction of aeroengine based on CBM strategy[J]. China Mechanical Engineering, 2015, 26(13): 1725-1730.
- [4] 孙见忠, 左洪福, 刘鹏鹏, 等. 基于动态线性模型的民航发动机性能状态监控与在翼寿命预测[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(12): 3243-3250.
ZHAO Jianzhong, ZUO Hongfu, LIU Pengpeng, et al. A method of condition monitoring and on-wing life prediction for civil aviation aircraft engine based on dynamic linear model[J]. System Engineering Theory and Practice, 2013, 33(12): 3243-3250. (in Chinese)
- [5] 苏春, 黄苗, 许映秋. 基于遗传算法和蒙特卡洛仿真的设备维修策略优化[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2006, 36

(6);941-945.

SU Chun, HUANG Zhuo, XU Yingqiu. Optimization of devices' maintenance and repair policy based on genetic algorithm and Monte Carlo simulation[J]. Journal of South-east University (Natural Science Edition), 2006, 36(6): 941-945. (in Chinese)

[6] FAZA A. A probabilistic model for estimating the effects of photovoltaic sources on the power systems reliability [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2018, 171: 67-77.

[7] CABALLE N C, CASTRO I T. Analysis of the reliability and the maintenance cost for finite life cycle systems subject to degradation and shocks[J]. Applied Mathematical Modelling, 2017, 52:731-746.

[8] 任淑红. 民航发动机性能可靠性评估与在翼寿命预测方法研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2010.

REN Shuhong. Research on methods of performance reliability assessments and life on wing prediction for civil aero-engine[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010. (in Chinese)

[9] 金光. 基于退化的可靠性技术: 模型、方法及应用[M]. 北京:国防工业出版社, 2014.

[10] 凌丹. 威布尔分布模型及其在机械可靠性中的应用研究[D]. 成都:电子科技大学, 2011.

LING Dan. Research on Weibull distribution and its application in mechanical reliability engineering[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology, 2011. (in Chinese)

[11] NEE A Y C, SONG B, ONG S K. Re-engineering manufacturing for sustainability[M]. Singapore: Springer Singapore, 2013.

[12] NADARAJAH S, KOTZ S. Strength modeling using Weibull distributions[J]. Journal of Mechanical Science & Technology, 2008, 22(7):1247-1254.

[13] 辛龙, 周越文, 翟颖焯, 等. 基于 Weibull 分布的航空装备部件寿命预测研究[J]. 光电与控制, 2014, 21(12): 102-105.

XIN Long, ZHOU Yuewen, QU Yingye, et al. Weibull distribution based lifetime prediction for components of aerial equipments[J]. Electro-optic and Control, 2014, 21(12): 102-105. (in Chinese)

[14] 杨蓓, 许科龙. 飞机维修手册中意外损伤任务研究[J]. 科技创新导报, 2015, 12(36):191-192.

YANG Bei, XU Kelong. Accidental damage task research in aircraft maintenance manual[J]. Science & Technology Innovation Review, 2015, 12(36):191-192. (in Chinese)

[15] 傅白白. 抽象记忆时间的无记忆性及其在真随机模拟中的应用[J]. 系统工程, 2005, 23(9):1-3.

FU Baibai. Memory lessness of abstract memory time and its application in true stochastic simulation[J]. System Engineering, 2005, 23(9):1-3. (in Chinese)

[16] 雷晓云, 张志安. 基于蒙特卡罗法的一维弹道修正弹落点精度分析[J]. 系统仿真学报, 2016, 28(7): 1685-1691. 1700.

LEI Xiaoyun, ZHANG Zhian. Research of impact point accuracy of one-dimensional trajectory correction projectile based on Monte Carlo[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(7):1685-1691, 1700. (in Chinese)

[17] DICKMAN B H, GILMAN M J. Monte Carlo optimization [J]. Journal of Optimization Theory & Applications, 1989, 60(1):149-157.

[18] 姚若河, 徐新才. 基于 FPGA 的高斯分布随机数的生成 [J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2013, 41(11):1-7.

YAO Ruohu, XU Xincan. FPGA-Based generation of Gaussian distribution random numbers [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2013, 41(11):1-7. (in Chinese)

[19] 伍盛菲. 面向蒙特卡罗计算的随机数生成 FPGA 加速器的研究与实现[D]. 上海:上海交通大学, 2013.

WU Shengfei. The research and implementation of random numbers accelerator based FPGA for Monte Carlo[D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2013. (in Chinese)

[20] 杨振海, 张国志. 随机数生成[J]. 数理统计与管理, 2006, 25(2):244-252.

YANG Zhenhai, ZHANG Guozhi. Generating random variables[J]. Mathematical Statistics and Management, 2006, 25(2):244-252. (in Chinese)

[21] 王淑华. 逆高斯分布输入下的 Integrate-and-Fire 模型 [D]. 湖南:湖南师范大学, 2008.

WANG Shuhua. Integrate-and-Fire model with inputs on inverse Gaussian distribution[D]. Hunan: Hunan Normal University, 2008. (in Chinese)

[22] MICHAEL J R. Generating random variates using transformations with multiple roots[J]. American Statistician, 1976, 30(2):88-90.

[23] 翟亚利, 张志华, 邵松世. 退化产品失效规律分析及其应用 [J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(6):1420-1424.

ZHAI Yali, ZHANG Zhihua, SHAO Songshi. Failure rule analysis of degradation products and its application[J]. System Engineering and Electronics, 2017, 39(6):1420-1424. (in Chinese)

[24] 赵宇. 可靠性数据分析[M]. 北京:国防工业出版社, 2011.

[25] 夏云云, 文尚胜, 方方. 基于 Kolmogorov-Smirnov 检验的 LED 可靠性评估[J]. 光子学报, 2016, 45(9):26-31.

XIA Yunyun, WEN Shangsheng, FANG Fang. Reliability assessment of LED based on Kolmogorov-Smirnov check [J]. Journal of Photonics, 2016, 45(9):26-31. (in Chinese)

(编辑:李岩梅)